Clase 19

Corriente y Resistencia

La ley de Ohm

En muchos materiales la respuesta de la corriente a la presencia del campo eléctrico es lineal lo cual puede expresarse muy convenientemente en forma local diciendo que

$$\vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{r}}) = \sigma \vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}) \ .$$

donde σ es una constante característica del material que llamamos conductividad. Introducimos también la resistividad ρ por la relación

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \ .$$

y podemos escribir

$$\vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}})}{\rho} \ .$$

que se conoce como la ley de Ohm microscópica. Como se usan los mismos símbolos σ y ρ debe tenerse cuidado de no confundir la resistividad y la conductividad con densidades de carga de volumen o de superficie.

Resistencia

Si se establece una diferencia de potencial en los extremos de un dispositivo y se mide la corriente que lo atraviesa, la resistencia del dispositivo se define por la relación

$$R(V) = \frac{V}{I} \ .$$

En general la resistencia depende del valor de V. La resistencia se mide ohmnios Ω.

$$[R] = \Omega = \frac{voltios}{amperios}$$

<u>Resistencia en materiales óhmnicos</u>

La relación lineal entre $\vec{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{E}}$ implica una relación también lineal entre la corriente en un conductor y la diferencia de potencial entre sus extremos, es decir implica que la resistencia en materiaes óhmnicos es una constante que no depende de V. Para ver esto notamos que en un conductor de longitud l y sección transversal S, al que se le aplica una diferencia de potencial V, se establece un campo eléctrico que puede modelarse como aproximadamente uniforme y de magnitud $E = V/l$. Sustituyendo esto y la relación $j = I/S$ en la expresión de la ley de Ohm microscópica obtenemos

$$V = \frac{\rho l}{S} I \;\Rightarrow\; R = \frac{\rho l}{S} \; .$$

Ejemplo 52: Resistor hueco.

Si tenemos un resistor hueco cilíndrico de resistividad ρ,longitud l,radio interior R_1 y radio exterior R_2 su resistencia sera,

$$R = \frac{\rho l}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \; .$$

Ejemplo 53: Resistor cónico.

Consideremos un resistor con resitividad ρ con la forma de un cono truncado de altura h con base inferior de radio R_1 y base superior de radio $R_2 < R_1$. Queremos hallar su resistencia.

Coloquemos un sistema con el eje y coincidiendo con el eje del cono. Una sección del cono a una altura y de ancho dy tendra resistencia

$$dR = \frac{\rho dy}{A(y)} \quad .$$

Para calcular $A(y)$ notamos que el radio de la sección del cono a la altura y mide $b(y) = R_1 - \frac{(R_1 - R_2)y}{h}$. La resistencia del dispositivo es la suma de las contribuciones de todas las rebanadas:

$$R = \int_0^h \frac{\rho dy}{A(y)} = \int_0^h \frac{\rho dy}{\pi (R_1 - \frac{(R_1-R_2)y}{h})^2} \quad .$$

Haciendo la integral,

$$R = \frac{\rho h^2}{(R_1 - R_2)\pi} \frac{1}{R_1 h - (R_1 - R_2) y}\Bigg|_0^h = \frac{\rho h}{\pi R_1 R_2} \quad .$$

Fuentes de fuerza electromotriz

Una fuente de fuerza electromotriz es un dispositivo capaz de realizar trabajo sobre las cargas eléctricas. El dispositivo tine dos puntos llamados terminales que se mantienen a una diferencia de potencial constante V y por medio de fuerzas no electrostáticas lleva las cargas positivas del terminal de menor potencial al terminal de mayor potencial o las cargas negativas del terminal de mayor potencial al terminal de menor potencial. Cuando una fuente de ffuerza electromotriz está aislada las cargas al acumularse en los terminales ejercen fuerzas electrostáticas que compensan las fuerzas no electrostáticas que realizan el trabajo por lo que las cargas dejan de moverse entre los terminales. Al conectar la fuente a un circuito eléctrico la carga fluye a traveés del mismo. La operación de la fuente no es del todo independiente de las condiciones externas. La forma mas sencilla de modelar la acción de la corriente que se establece sobre la fuente es adjudicarle a la fuente una resistencia interna conectada en serie. De esta manera la diferencia de potencial efectiva entre los terminales de la fuente real disminuye a medida que aumenta la corriente que la atraviesa.

Leyes de Kirchoff

En un circuito eléctrico la carga fluye entre los diferentes dispositivo a través de conductores cuya resistencia es despreciable en la mayor parte de las ocasiones. Las cargas se mueven debido a fuerzas del campo eléctrico que existe en los diferentes puntos del circuito el cual puede describirse en términos de un potencial electrostático en cada punto. Las cargas positivas fluyen de los puntos de mayor potencial hacia aquellos de menor potencial. Las cargas negativas van de los puntos de menor potencial a los puntos de mayor potencial.Estamos interesados en determinar la magnitud y dirección de las corrientes I_i en los diferentes ramales del circuito, las cargas Q_j en los condensadores así como también el valor del potencial en cada punto. En la práctica uno no sabe a priori en cuales direcciones fluirán las corriente o cuales armaduras de los condensadores serán las que se carguen positivamente. Se escoje una de las direcciones o polaridades en cada caso y se resuelve el problema tratando las cantidades I_i y Q_j como cantidades algebraicas. De resultar algunas de ellas negativas significa que la dirección de la corriente o polaridad del capacitor es la opuesta de la que se había supuesto. Para determinar el valor de las cantidades de interés usamos dos hechos que ya hemos establecido anteriormente, que el potencial toma un único valor en cada punto y la conservación de la carga.

Ley de los nodos

La conservación de la carga nos permite aseverar el contenido de la Primera ley de Kirchhoff o ley de los nodos:

La suma algebraica de las corrientes que confluyen en un nodo de un circuito tomando como positivas a las que entran y como negativas a las que salen es cero

Ley de las mallas

Las propiedades del potencial, en particular el hecho que es una funcion univaluada establecen la Segunda Ley de Kirchhoff o ley de las mallas:

La suma algebraica de las diferencias de potencial que se encuentran al recorrer una malla de un circuito partiendo y finalizando en el mismo punto es cero